

# Лабораторная работа № 5

## Осциллятор с несинусоидальной внешней силой

Методические рекомендации

### Цели работы:

- Изучить закономерности установившихся вынужденных колебаний линейного механического осциллятора при несинусоидальном возбуждении (с периодической кусочно-постоянной зависимостью от времени).
- Познакомиться со спектральным разложением сложного воздействия (на примере прямоугольных импульсов) и тем, как осциллятор осуществляет преобразование спектра гармонических составляющих сложного входного сигнала.
- Получить представление о вынужденных колебаниях линейного осциллятора под действием кусочно-постоянной силы как о чередующихся собственных колебаниях около сменяющихся друг друга смещенных положений равновесия.
- Изучить общие закономерности вынужденных колебаний под действием периодической, но негармонической внешней силы.
- Изучить переходные процессы установления вынужденных колебаний при несинусоидальном периодическом внешнем воздействии.

### При подготовке к лабораторной работе следует:

1. Повторить соответствующий теоретический материал (тема 5, см. ниже), пользуясь конспектом лекций и рекомендованным Вам учебником физики.
2. Изучить Главу 5 «Несинусоидальная внешняя сила» в учебном пособии «Основы физики колебаний». Рекомендуется проделать на черновике вывод всех формул, особенно тех, что в пособии приведены без вывода.
3. Подготовить письменно краткие ответы на предлагаемые Вам «Вопросы для самоконтроля» (см. ниже).
4. Решить некоторые теоретические задачи из учебного пособия «Основы физики колебаний» (по индивидуальному заданию преподавателя).
5. Познакомиться с «Требованиями к оформлению отчета» о выполненной работе.

### Теоретический материал (тема 5)

Вынужденные колебания линейного осциллятора при несинусоидальном внешнем воздействии. Механическая модель торсионного пружинного осциллятора с кусочно-постоянной (прямоугольной) временной зависимостью внешнего момента и ее электромагнитный аналог – колебательный контур с прямоугольными импульсами входного напряжения. Дифференциальное уравнение осциллятора. Гармоники внешней силы и гармоники отклика осциллятора. Преобразование формы входных импульсов как результат селективной реакции осциллятора на отдельные гармоники входного воздействия.

Вынужденные колебания осциллятора под действием периодического кусочно-постоянного момента как собственные колебания около чередующихся смещенных положений равновесия. Установившиеся колебания и переходные процессы. Резонансы. Спектральная и временная картины резонансной раскачки осциллятора. Осцилляции при больших и малых периодах внешнего воздействия. Энергетические превращения в установившихся колебаниях и переходных процессах.

**Вопросы для самоконтроля**

1. Опишите физическую систему (торсионный пружинный осциллятор), которая моделируется в лабораторной работе. Какие параметры характеризуют математическую модель осциллятора, используемую в лабораторной работе? Какими переменными характеризуется механическое состояние осциллятора, совершающего вынужденные колебания?
2. Каким образом реализуется периодическое кусочно-постоянное внешнее воздействие на осциллятор? Какими параметрами характеризуется внешнее воздействие на осциллятор?
3. Приведите вывод дифференциального уравнения вынужденных колебаний торсионного осциллятора, моделируемого в лабораторной работе. Чем это уравнение отличается от уравнения, описывающего собственные колебания такого осциллятора и вынужденные колебания при синусоидальном внешнем воздействии?
4. Какие процессы в колебательном контуре, состоящем из конденсатора, катушки индуктивности и резистора аналогичны вынужденным колебаниям массивного ротора на упругой пружине в механическом осцилляторе при периодическом кусочно-постоянном внешнем воздействии?
5. Почему при теоретическом решении задачи о вынужденных колебаниях линейного осциллятора, возбуждаемых несинусоидальной периодической внешней силой, целесообразно представить зависимость силы от времени в виде ряда Фурье, а не в виде разложения по какой-либо иной полной системе функций?
6. Какие гармоники входят в состав периодического кусочно-постоянного внешнего воздействия с заданным периодом? Каковы частоты, амплитуды и фазы этих гармоник?
7. Почему реакцию осциллятора на сложное периодическое воздействие можно находить просто как сумму независимых реакций на отдельные гармонические составляющие этого воздействия?
8. Как можно объяснить, почему в общем случае форма временной зависимости установившихся колебаний осциллятора отличается от формы входного воздействия? Какие изменения в спектре выходных колебаний наблюдаются по сравнению со спектром входного воздействия?
9. При каких соотношениях между периодом внешнего воздействия и собственным периодом осциллятора наступает резонанс? Какими особенностями характеризуется спектр установившихся колебаний при резонансе?
10. Какие изменения в относительных амплитудах и фазах отдельных гармоник происходят в выходном колебании по сравнению с входным сигналом? Рассмотрите отдельно гармоники с частотами ниже и выше резонансной.
11. В каких случаях для расчета размаха и формы установившихся колебаний можно пользоваться частным решением дифференциального уравнения, в котором не учитывается трение?
12. Допустим, что период скачкообразных движений вынуждающего шатуна в несколько раз больше собственного периода осциллятора. Объясните наблюдаемую в этом случае форму установившихся колебаний ротора и форму их фазовой траектории, рассматривая установившиеся колебания как собственные колебания относительно чередующихся смещенных положений равновесия.
13. Какую форму имеют графики временной зависимости угла отклонения и угловой скорости при установившихся колебаниях, если период кусочно-постоянного внешнего воздействия много меньше периода собственных колебаний? Объясните форму этих графиков и форму фазовой траектории, рассматривая вынужденные колебания как собственные колебания относительно чередующихся смещенных положений равновесия.
14. Как можно объяснить наблюдаемую форму графиков установившихся колебаний и фазовой траектории в условиях, когда период внешнего воздействия в два раза больше периода собственных колебаний? Оцените размах установившихся колебаний при  $T = 2T_0$ .
15. Объясните процесс резонансной раскачки осциллятора из состояния покоя в положении равновесия для основного резонанса и резонансов высших порядков, рассматривая переходный процесс как собственные колебания относительно чередующихся смещенных положений равновесия.
16. Как нужно задать начальные условия при настройке периода внешнего воздействия на один из резонансов для того, чтобы на начальном этапе переходного процесса установления амплитуда колебаний уменьшалась?
17. Какими параметрами определяется в общем случае длительность процесса установления вынужденных колебаний? При каких условиях установившиеся колебания будут происходить сразу после включения внешнего воздействия, т.е. без переходного процесса?
18. По какому закону растет со временем амплитуда колебаний ротора (в отсутствие трения) в условиях точной настройки на один из резонансов, если до включения внешнего воздействия ротор покоился в положении равновесия?

## Задания и порядок выполнения лабораторной работы

1. Начните работу с раздела «Основы теории», в котором приведены краткие сведения об изучаемой физической системе, о соответствующей ей математической модели и о режимах ее поведения при разных значениях параметров.
  - Просмотрите последовательно все страницы этого раздела, запуская каждый раз (кнопкой «Пуск») моделирование соответствующих движений осциллятора.
  - Особое внимание обратите на фазовые соотношения между движением возбуждающего шатуна и колебаниями ротора при установившихся колебаниях и в переходных процессах.
2. Изучите установившиеся вынужденные колебания осциллятора при разных значениях периода внешнего воздействия. Чтобы в процессе моделирования не нужно было дожидаться установления колебаний, т.е. чтобы сразу (с самого начала моделирования) наблюдались установившиеся колебания, нужно в панели «Условия моделирования» выбрать опцию «Установившиеся колебания». При этом программа автоматически выберет такие начальные условия, при которых переходный процесс отсутствует (игнорируя начальные условия, введенные Вами в панели «Ввод данных»).
  - Начните с моделирования установившихся колебаний в условиях основного резонанса: введите период внешнего воздействия  $T = T_0$  и добротность порядка 8 – 10. Обратите внимание, что, несмотря на прямоугольный график движения возбуждающего шатуна, график колебаний ротора почти не отличается от синусоиды. Почему? Откройте раздел программы «Преобразование спектра» и постройте последовательно графики нескольких первых гармоник входного воздействия и выходных колебаний. Особое внимание обратите на малый относительный вклад высших гармоник в результирующее колебание ротора.
  - Повторите эксперимент для случая  $T = 3T_0$ . Обратите внимание на то, что в этом резонансе при общем доминировании третьей гармоники вклад первой гармоники оказывается заметным, и фазовая траектория замыкается после трех витков. В разделе «Преобразование спектра» обратите внимание не только на изменение амплитуд гармоник с «входа» на «выход», но и на относительные фазы, с которыми эти гармоники входят в состав колебаний на «входе» и «выходе».
  - Открыв раздел «Превращения энергии» и наблюдая моделирование, продумайте возможную интерпретацию установившихся резонансных колебаний как последовательности собственных колебаний около чередующихся смещенных положений равновесия.
  - Промоделируйте установившиеся вынужденные колебания в условиях, когда период возбуждения в несколько раз больше собственного периода, например, когда  $T = 7T_0$ . Воспользуйтесь разделами «Фазовая траектория» и «Превращения энергии». В таких условиях особенно наглядна интерпретация вынужденных колебаний как последовательности собственных колебаний около чередующихся смещенных положений равновесия. Сопоставьте такой подход со спектральным, воспользовавшись разделом «Преобразование спектра».
  - Повторите моделирующие эксперименты при периоде внешнего воздействия, малом по сравнению с периодом собственных колебаний. Обратите внимание на пилообразную форму графика угловой скорости. Какую форму имеют при этом график угла отклонения и фазовая траектория?
3. Изучите переходные процессы установления вынужденных колебаний. Чтобы программа отображала переходный процесс при начальных условиях, введенных Вами в панели «Ввод данных», нужно в панели «Условия моделирования» выбрать опцию «Переходный процесс».
  - Начните изучение переходных процессов со случая резонансной раскачки осциллятора из состояния покоя в положении равновесия (т.е. при нулевых начальных условиях). Объясните рост амплитуды колебаний при резонансах, рассматривая вынужденные колебания как последовательность собственных колебаний около чередующихся смещенных положений равновесия.
  - С помощью панели «Условия моделирования» выберите опцию «Разложение переходного процесса» и повторите моделирование сначала. Познакомьтесь с представлением процесса раскачки в виде суперпозиции экспоненциально затухающих колебаний на собственной частоте и установившихся вынужденных колебаний.
  - Убедитесь, что при точной настройке на один из резонансов амплитуда колебаний линейного осциллятора в отсутствие трения растет неограниченно. Как нужно задать начальные условия для того, чтобы при настройке в резонанс вначале происходило уменьшение амплитуды?
4. Проверьте в моделирующем эксперименте Ваши теоретические решения тех задач из учебного пособия, которые были предложены Вам преподавателем в качестве индивидуального задания.
  - Введите необходимые значения параметров и выполните соответствующие эксперименты. Запишите (или распечатайте на принтере) графики и фазовые диаграммы для включения в отчет.
  - Сопоставьте результаты экспериментов с Вашими теоретическими предсказаниями. Если обнаруживаются расхождения результатов расчета с экспериментом, обязательно попытайтесь уста-

новить причину расхождений. Результаты экспериментальной проверки Ваших решений включите в отчет о лабораторной работе.

После выполнения всех заданий подготовьте отчет о проделанной лабораторной работе, руководствуясь «Требованиями к оформлению отчета».

## Требования к оформлению отчета

Отчет о проделанной лабораторной работе должен содержать следующие разделы:

1. Титульный лист с указанием названия и номера лабораторной работы, фамилии и имени студента, номера учебной группы, даты выполнения работы и даты представления отчета.
2. Цель лабораторной работы с определением изучаемого физического явления и краткое описание моделируемой физической системы и ее математической модели.
3. Теоретический раздел с кратким изложением основных характеристик изучаемого явления, его места в классификации колебаний по разным признакам, и описанием математической модели физической системы, используемой для его изучения. В этом разделе должны быть приведены все основные формулы (связь параметров физической системы и ее математической модели, дифференциальное уравнение, описывающее систему, его общее решение, частные решения для наиболее важных и интересных случаев, уравнение фазовой траектории, выражения для разных видов энергии и их средних значений и т.п.). В этом разделе следует обязательно привести вывод тех формул, которые в учебном пособии приведены без вывода.
4. Ответы на вопросы для самоконтроля, которые сформулированы в «Методических рекомендациях» к данной лабораторной работе. Рекомендуется проиллюстрировать Ваши ответы соответствующими графиками или иными результатами моделирования (для тех вопросов, где это целесообразно).
5. Теоретическое решение задач из учебного пособия, предложенных Вам преподавателем в качестве индивидуального задания, и результаты самостоятельной проверки Ваших решений с помощью моделирующего эксперимента. В этом разделе нужно привести таблицы соответствующих измерений с обработкой результатов (для заданий, где такие измерения необходимы), графики и/или фазовые траектории (зарисовав их с экрана или распечатав на принтере, если есть такая возможность).