

**КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РЕЗОНАНСНЫХ ЯВЛЕНИЙ В ПРОСТЫХ НЕЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМАХ****Е.И.Бутиков***Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербургский государственный институт точной механики и оптики (технический университет), Санкт-Петербург*e-mail: [butikov@spb.runnet.ru](mailto:butikov@spb.runnet.ru)

Для учебной студенческой лаборатории компьютерного моделирования по физике колебаний разработан цикл моделирующих программ и сопутствующих им методических материалов, в который включены важные в принципиальном и практическом отношении вопросы вынужденных и параметрических колебаний в простых нелинейных физических системах.

Понимание сложного, порой противоречащего нашей интуиции поведения даже весьма простых нелинейных колебательных систем совершенно необходимо для овладения передовыми областями современного естествознания и их разнообразными техническими приложениями. Традиционно в существующих учебных курсах имеется значительный перекоп в сторону изучения линейных систем, для которых возможны аналитические решения, а вопросам поведения нелинейных систем уделяется совершенно недостаточное внимание. В значительной мере такое положение объясняется тем, что существующие аналитические методы их исследования слишком сложны, и при этом не в состоянии описать наблюдаемое в эксперименте разнообразие поведения нелинейных колебательных систем. Результаты трудоемких приближенных математических расчетов имеют очень ограниченную применимость. Причина этого заключается, по-видимому, не в ущербности аналитических методов математики, а в возможной сложности самих движений. Реакция нелинейных систем на гармоническое воздействие не является синусоидальной, и относительно этой реакции в общем случае невозможно сформулировать какие-либо универсальные утверждения. Отклик нелинейной системы зачастую неоднозначен (установившееся движение может иметь разный характер в зависимости от начального состояния) и может содержать субгармонические частоты, выражаемые рациональной дробью частоты вынуждающего воздействия. В некоторых случаях отклик нелинейной системы на регулярное воздействие может быть хаотическим, а малое изменение частоты или амплитуды воздействия может привести к качественному изменению отклика системы. Контраст с поведением линейных систем поистине поразителен.

Использование компьютерного моделирования позволяет до некоторой степени устранить существующий перекоп в преподавании физики колебаний. С этой целью для учебной лаборатории нами разработан цикл компьютерных программ, моделирующих поведение простых нелинейных систем, подверженных гармоническому внешнему воздействию. Выбор механических систем обусловлен важной в методическом отношении возможностью отобразить их движение непосредственно на экране компьютера, наряду с фазовыми траекториями и графиками временной зависимости описывающих систему переменных. Визуализация движения значительно облегчает понимание многих абстрактных концепций физики колебаний. Детально разобравшись с поведением механической системы и используя аналогию между колебательными системами разной физической природы, можно развить интуицию и значительно продвинуться в понимании разнообразных электромагнитных и оптических нелинейных явлений (скажем, таких как эффекты Джозефсона в слабой сверхпроводимости или процессы генерации лазеров), где все далеко не так наглядно, хотя системы описываются такими же дифференциальными уравнениями.

В частности, в предлагаемых программах моделируется поведение жесткого маятника в поле тяжести, подверженного воздействию синусоидального внешнего момента (силовое возбуждение колебаний), и маятника, точка подвеса которого совершает принудительное гармоническое движение в горизонтальном направлении (кинематическое возбуждение). При прохождении через резонанс такие системы демонстрируют гистерезисное поведение: амплитуда установившихся колебаний при медленном сканировании частоты внешнего воздействия изменяется скачкообразно, причем эти скачки происходят при разных значениях частоты в зависимости от направления сканирования. Моделирование позволяет наблюдать, как при таких скачках амплитуды происходит полная перестройка установившегося вынужденного движения маятника, и дает представление о сложном характере переходного процесса. При определенных значениях параметров системы маятник может совершать колебания, период которых равен периоду внешнего воздействия, но в спектре таких сложных установившихся колебаний доминирует одна из высших гармоник. Такие примеры поведения нелинейного механического осциллятора дают наглядное представление о возможных механизмах генерации высших гармоник в нелинейной оптике.

В одной из программ пакета моделируется торсионный пружинный осциллятор с неуравновешенным ротором. При определенных параметрах такой системы линейный возвращающий момент упругой силы и нелинейный момент силы тяжести имеют противоположные знаки, так что соответствующая потенциальная яма может иметь два минимума. При достаточно большой энергии возбуждения (превышающей высоту барьера между минимумами) собственные колебания ротора вначале происходят с переваливаниями из одного минимума в другой и характеризуются своеобразной временной зависимостью. Установившиеся вынужденные колебания в такой системе отличаются необычайным многообразием различных мод (аттракторов), возможных при одних и тех же значениях параметров. Каждому аттрактору соответствует определенная область притяжения в плоскости начальных состояний.

В методических пособиях к комплексу программ описаны математические модели изучаемых колебательных систем и приведены соответствующие им дифференциальные уравнения. Предложен ряд задач для предварительного аналитического решения и выполнения экспериментов на компьютере. Работа студента с моделирующими программами пакета по своему характеру приближается к небольшому научному исследованию, и может составить основу для курсового или дипломного проекта.